Journal of Emerging Defense Knowledge and Research Policy

Shahid Sattari Air University

Volume 1, Issue 4
December 2024
p.p 69-78

The application of quantum computing in defense problems, a case study of Radars placement

Hossein davoodi[1],mohammad eshaghnezhad[2],seyed Mohsen ezadyar[3]

Abstract

Background & Purpose: Quantum technologies have the potential to be used in many areas of human activity. One important sector is defense. Quantum technologies can be employed in all areas of modern warfare. Quantum computers, which operate based on quantum algorithms, are useful in many problems. The maximum independent set problem has applications in various fields of science, engineering, and industry. Since these problems are considered hard for classical computers, the use of quantum algorithms has improved their solution. In this article, the solution to the weighted maximum independent set problem is examined using the quantum approximate optimization algorithm (QAOA), and the problem of radar localization is addressed using this approach.

Methodology: This research is applicable in terms of purpose and the results of this study are presented using quantum programming based methods.

Findings: The weighted maximum independent set problem has been modeled and solved using the Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) optimization algorithm, and this model has been used for radar location problem and solved with high accuracy.

Conclusion: aximum independent set problems are placed in the field of optimization problems and have numerous applications. These problems can be solved with high accuracy and speed using quantum optimization algorithms. Considering the superiority of quantum computations over classical computations, it is essential to pay special attention to quantum technologies in defense policies.

Key words: *The maximum independent set problem, Variational quantum algorithm, Radar placement*

1 Department of Quantum Computing and Information, Faculty of Engineering Sciences, University of Tehran, Tehran, Iran
2 Department of Applied Mathematics, Faculty of Mathematics, Ferdowsi University, Mashhad, Iran
3 Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, University of Kurdistan, Kurdistan, Iran

Received:2023/07/15
Accepted: 2023/11/20
Corresponding Author: Hossein Davoodi

فصلنامهٔ سیاستگذاری دانش و پژوهش‌های نوین دفاعی
دی ۱۴۰۳
دوره ۱، شماره ۴
صص۶۹-۷۸

معاونت پژوهش و فناوری

کاربرد محاسبات کوانتومی در مسائل دفاعی، مطالعه موردی مکان‌یابی رادارها

حسین داوودی[۱]،محمد اسحاق نژاد[۲]،سید محسن ایزدیار[۳]

چکیده

زمینه و هدف: فناوری‌های کوانتومی در بسیاری از زمینه فعالیت انسان قابلیت استفاده را دارند. یکی از بخش‌های مهم در حوزه دفاعی است. فناروی‌های کوانتومی را می‌توان در تمام حوزه‌های جنگ نوین بکار گرفت. رایانه‌های کوانتومی که بر اساس الگوریتم‌های کوانتومی کار می کنند در بسیاری از مسائل قابل استفاده هستند. مسائل مجموعه مستقل بیشینه در بسیاری از زمینه‌های علوم مهندسی و صنعتی کاربرد دارد. با توجه به اینکه این مسائل جز مسائل سخت برای کامپیوترهای کلاسیکی محسوب می‌شوند استفاده از الگوریتم‌های کوانتومی حل آنها را بهبود بخشیده است. در این مقاله حل مسئله مستقل بیشینه وزن‌دار با الگوریتم بهینه‌سازی تقریبی کوانتومی(QAOA) بررسی می‌شود و مسئله مکان‌یابی رادارها با ان حل می‌گردد.

روش شناسی: این تحقیق از نظر هدف کاربردی است و نتایج این پژوهش با استفاده از روش‌های مبتنی بر برنامه‌نویسی کوانتومی ارائه شده است.

یافته‌ها: با استفاده الگوریتم بهینه‌سازی تقریبی کوانتومی(QAOA) مسئله مستقل بیشینه وزن‌دار مدل‌بندی و حل شده است و این مدل برای مسئله مکان‌یابی رادارها مورد استفاده قرار گرفته است و این مسئله با دقت بالایی حل شده است.

نتیجه‌گیری: مسائل مجموعه مستقل بیشینه در حوزه مسائل بهینه‌سازی قرار می‌گیرند و کاربرد فراوانی دارند. با استفاده از الگوریتم های بهینه‌سازی کوانتومی این مسائل با دقت و سرعت بالایی حل می‌شوند. با توجه به برتری محاسبات کوانتومی به محاسبات کلاسیکی . ضروری است در سیاست گذاری‌های دفاعی توجه ویژه‌ای به فناوری‌های کوانتومی شود.

کلید واژه‌ها: مسئله مجموعه مستقل بشینه، الگوریتم وردشی کوانتومی QAOA ،مکان‌یابی رادار

[۱] گروه محاسبات و اطلاعات کوانتومی، دانشکده علوم مهندسی، دانشگاه تهران، تهران، ایران
[۲] گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران
[۳] گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه کردستان، کردستان، ایران

تاریخ دریافت مقاله:۱۴۰۲/۰۴/۲۴
تاریخ پذیرش نهایی:۱۴۰۲/۰۸/۲۹
نویسنده مسئول مقاله: حسین داوودی

مقدمه

در حال حاضر ما در میانه انقلاب دوم کوانتومی قرار داریم. انقلاب اول کوانتومی با معرفی قوانین جدید که در پدیده‌های فیزیکی به درک آن‌ها کمک شایانی کرد. در انقلاب دوم کوانتومی با استفاده از این قوانین به توسعه فناوری‌های جدید پرداخته می‌شود. در اوایل قرن بیستم میلادی، قوانین فیزیک کلاسیک در توجیه مسائل بسیاری ازجمله تابش جسم سیاه ناکام ماند و نظریه مکانیک کوانتوم با تکیه‌بر پایه‌های جدید همچون دوگانگی موج-ذره، برنهی کوانتومی، گسسته بودن انرژی پاسخ این دست از مسائل را داد. با ظهور مکانیک کوانتومی، اولین انقلاب کوانتومی شکل گرفت که طی آن با استفاده از این قوانین فیزیک نیم‌رساناها کامل شد و در ادامه منجر به تولید ترانسیستورها گشت که پایه بسیاری از وسایل همچون رایانه‌ها و وسایل ارتباطی هستند. در حال حاضر مکانیک کوانتومی کاربردهای گسترده‌ای در علوم و فناوری‌های نوین دارد ، برای مثال یک ابزار کارآمد برای درک ساختار اتمی مولکول‌ها است. یکی از جنبه‌های بسیار کاربردی مکانیک کوانتومی در مجموعه فناوری‌های کوانتومی بروز کرده است. فناوری‌های کوانتومی از مهم‌ترین فناوری‌های حال حاضر به شمار می‌روند که در حال ایجاد انقلاب شگرفی در علوم و فناوری هستند. یکی از جنبه‌های بسیار کاربردی مکانیک کوانتومی در نظریه محاسبات و اطلاعات کوانتومی بروز کرده است که بیشتر بنام رایانه‌های کوانتومی شناخته می‌شود. رایانه‌های کوانتومی توانایی و دقت بالایی نسبت به مشابه‌های کلاسیکی خود در حل مسائل پیچیده ریاضیاتی و فیزیکی را دارا می‌باشند. دلیل اصلی کارایی این کامپیوترها مربوط به یک اصول کوانتومی درهم‌تنیدگی و برهم‌نهی است که اجازه محاسبات دقیق و سریع را می‌دهد. دلیل اینکه یک کامپیوتر کلاسیکی نمی‌تواند به‌طور مؤثر یک سیستم کوانتومی را شبیه‌سازی کند این است که برای ذخیره‌سازی حالت کوانتومی یک سیستم بزرگ به تعداد بسیار زیادی از حافظه‌های کلاسیکی احتیاج است زیرا که تعداد حالت و پارامترهای مربوط به آن به‌صورت نمایی رشد می‌کنند. کاربرد رایانه کوانتومی شامل همه چیز هست از رمزنگاری سیستم‌ها تا توسعه داروهای جدید. این کاربردها بر اساس الگوریتم‌های کوانتومی می‌باشد که روی یک کامپیوتر کوانتومی اجرا می شود و با سرعت بالا نسبت به الگوریتم کلاسیکی دستاوردهای بهینه ای را در اختیار قرار می دهد. الگوریتم کوانتومی در ساده ترین شکل آن به مجموعه ای از گیت های کوانتومی متوالی گفته می شود که روی یک حالت معین اولیه اثر می کنند و چنان تنظیم شده اند که حالت نهایی چنان باشد که پس از اندازه گیری های سنجیده ای روی آن جواب یک مسئله معین را با احتمال بسیار خوب در بر داشته باشد. الگوریتم کوانتومی مشابه الگوریتم کلاسیکی یک مسئله را گام به گام حل می کند با این تفاوت که از ویژگی‌های کوانتومی بهره می‌برد. در زمینه‌های متعددی همچون رمزنگاری، جست وجو میان داده‌ها، بهینه سازی، مدل کردن سیستم‌های کوانتومی، حل معادلات خطی می‌توان از روش‌های کوانتومی و الگوریتم‌های کوانتومی استفاده کرد، در ادامه به توصیف یکی از مسائل بهینه سازی می‌پردازیم.

مسائل مجموعه مستقل جز مسائل بهینه‌سازی ترکیبی قیدی روی گراف‌ها هستند که در حالت کلی، حل آنها برای کامپیوترهای کلاسیکی سخت است. این مسائل کاربردهای زیادی در علوم پایه و مهندسی دارند. مجموعه مستقل بصورت زیر تعریف می‌شود: یک گراف غیرجهت‌دار $G = (V, E)$ داریم،(V نشان‌دهنده راس‌ها و E نشان‌دهنده یال‌ها است) یک زیر مجموعه از راس‌ها(گره‌ها) $S \subseteq V$ یک مجموعه مستقل است اگر وتنها اگر بین هر دو راس در S هیچ یالی در E وجود نداشته باشد. همچنین مسئله مجموعه مستقل بیشینه[1] (MIS) بصرت زیر تعریف می‌شود: یک گراف غیرجهت‌دار $G = (V, E)$ داریم، یافتن یک مجموعه مستقل بیشینه در گراف که بیشترین تعداد راسی را دارد که بین آنها یالی وجود ندارد. در حالتی که گراف وزن دار باشد هر راس $v \in V$ یک وزن غیرمنفی $w(v)$ دارد و مسئله یافتن مجموعه مستقل بیشینه وزن‌دار[2](MWIS) است یعنی در میان مجموعه‌های مستقل به دنبال یافتن مجموعه‌ای هستیم که بیشترین وزن را دارد. به زبان ریاضی داریم

$$MWIS : G = (V, E), v_i \in V, w_i \geq 0 \rightarrow \max_{S \subseteq V} \sum_{v_i \in S} w_i \quad \text{such that: } \forall\, \mathrm{u}, \mathrm{v} \in \mathrm{S} \quad (\mathrm{u}, \mathrm{v}) \notin \mathrm{E}$$

در حالت غیروزن‌دار این مسائل برای تمام راس‌ها $w_i = 1$ است. در حالت تعمیم یافته مسئله MWIS مسئله بصورت زیر بیان می‌شود: گراف $G = (V, E)$ را با $V = \{v_1 \dots v_n\}$ را در نظر بگیریم

$$Max: \sum_{j=1}^{n} w_j v_j$$
$$such\ that \quad v_k + v_l \leq 1 \quad (v_k, v_l) \in E$$

$$v_k \in \{0,1\}\ \forall\, v_k \in V\,,\, v_k = \begin{cases} 1 & \text{اگر } v_k \text{ انتخاب شده باشد} \\ 0 & \text{سایر موارد} \end{cases}$$

مسئله MIS و MWIS جز مسائل NP-Hard محسوب می‌شود و از الگوریتم‌های تقریبی برای حل آن استفاده می‌شود. با توجه به برتری الگوریتم‌های کوانتومی به الگوریتم‌های کلاسیک می‌توان از آنها در حل این مسئله کمک گرفت(بوتنکو[3]،۲۰۰۳). یکی از معروفترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی تقریبی در محاسبات کوانتومی الگوریتم بهینه سازی تقریبی کوانتومی[4] (QAOA)است. این الگوریتم جز الگوریتم‌های وردشی کوانتومی است و برای اجرای ترکیبی از پردازنده کلاسیک و کوانتومی بکار گرفته می‌شود(فرهی[5] و همکاران، ۲۰۱۵). (برای توضیحات بیشتر بخش روش شناسی را ببینید.) در این مقاله چارچوب کلی حل مسئله MWIS با الگوریتم QAOA بیان می‌شود و پیاده سازی آن روی یک مسئله خاص انجام خواهد شد. نتایج بدست آمده از الگوریتم QAOA با نتایج بدست آمده از حل مسئله به روش

[1] Maximum Independent Set (MIS)
[2] Maximum Weight Independent Set (MWIS)
[3] Butenko
[4] Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)
[5] Farhi

کلاسیکی از دقت بالایی برخوردار است. این مقاله در بخش‌های زیر تنظیم شده است. در بخش پیشینه پژوهش کارهای صورت گرفته در حوزه الگوریتم‌های وردشی کوانتومی توضیح داده می‌شود، در بخش روش شناسی الگوریتم QAOA معرفی می‌گردد و در بخش یافته‌ها حل مسئله مکان‌یابی رادارها که با مسئله MWIS مدل می‌شود؛ با الگوریتم QAOA بیان می‌شود، در نهایت در بخش آخر نتیجه‌گیری بیان می‌گردد.

پیشینه تحقیق

در دهه گذشته سخت افزارهای کوانتومی، در عملکرد بهینه کیوبیت ها، مدت زمان همدوسی و تعداد کیوبیت های بکار گرفته شده، پیشرفت های زیادی داشته اند. مدارهای کوانتومی با استفاده از کیوبیت های ابررسانا و یون های به دام افتاده ساخته شده اند اگرچه محدودیت های بنیادی مهندسی اجازه بکارگیری زمان همدوسی دلخواه و یا تعداد کیوبیت دلخواه را نداده است اما در حال حاضر این مسائل از موضوعات روز در فناوری های کوانتومی هستند. الگوریتم های کوانتومی با سرعت بسیار زیاد و زمان کم قادر به حل مسائلی هستند که الگوریتم های کلاسیکی ازحل آنها عاجزند اما باید توجه داشت برای بکارگیری الگوریتم کوانتومی به صدها یا شاید هزارها کیوبیت احتیاج است(باسمن[۱] و همکاران، ۲۰۲۱، نوری[۲] و همکاران ۲۰۰۹). از این رو این ایده مطرح شد که امکان پیاده سازی تعدادی از مسائل با سرعت نمایی نسبت به کامپیوترهای کلاسیکی وجود دارد که در آن بطور همزمان از کامپیوتر کوانتومی و کلاسیکی استفاده می شود که به الگوریتم های ترکیبی کوانتومی-کلاسیکی معروف شده است. در این الگوریتم ها، آماده سازی حالت اولیه سیستم کوانتومی و اندازه گیری های کوانتومی روی یک کامپیوتر کوانتومی انجام شده و قسمت بهینه سازی و به روز رسانی پارامترهای حالت کوانتومی در کامپیوتر کلاسیکی انجام می شود. در این دسته از الگوریتم ها، حالت اولیه با توجه به مسئله ساخته می شود که یک حالت پارامتری است. بعد از این کار، حالت پارامتری به یک کامپیوتر کوانتومی فرستاده می شود و اندازه گیری کوانتومی انجام می گیرد. نتایج اندازه گیری که تابعی از پارامترهاست به یک کامپیوتر کلاسیکی فرستاده می شود(پرسکیل[۳]، ۲۰۱۸). این الگوریتم‌ها کاربرد زیادی در مسائل فیزیکُ، شیمی و بهینه‌سازی دارند.(کروزو[۴] و همکاران، ۲۰۲۱) مسائل بهینه سازی بسیاری از جمله مسائل دسته‌بندی، رنگ‌آمیزی، پرتفوی اقتصادی با استفاده از الگوریتم‌های کوانتومی حل شده‌اند.(بلوکز[۵] و همکاران ۲۰۲۳)

---
۱ Bassman
۲ Nori
۳ Perskill
۴ Cerezo
۵ Belkos

روش شناسی

الگوریتم بهینه‌سازی تقریبی کوانتومی QAOA

در محاسبات کوانتومی، بجای بیت از کیوبیت استفاده می‌شود. یک کیوبیت برهم‌نهی از حالت ها صفر و یک است. بطور معمول از نمایش برا-کت برای نمایش حالت کیوبیت استفاده می‌شود که کت بصورت $|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ و $|1\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ تعریف می‌شود و برا بصورت $\langle 0| = |0\rangle^{\dagger}$ و $\langle 1| = |1\rangle^{\dagger}$ که † عملگر ترانهاده هرمیتی[1] است. همچنین گیت‌های کوانتومی بصورت ماتریسی‌های یکانی تعریف می‌شوند که روی حالت‌های کیوبیتی اثر می‌کنند(نلسن[2] و همکاران۲۰۱۰، فرنچ[3]۲۰۱۸) معمولا اصطلاح گیت کوانتومی برای عملگر یکانی بکار برده می شود. گیت کوانتومی هرگاه روی یک کیوبیت اثر کند آن را گیت تک کیوبیتی و هرگاه روی n تا کیوبیت اثر کند، گیت n کیوبیتی خوانده می شود. تمام گیت های تک کیوبیتی را با ماتریس های یکانی 2×2نشان می دهیم. فرم کلی دوران حول محور دلخواه n بصورت زیر است:

$$\mathrm{R_n}(\theta) = \exp\left(-i\theta\hat{n}.\frac{\vec{\sigma}}{2}\ 2\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathrm{I} - i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(n_x\sigma_x + n_y\sigma_y + n_z\sigma_z\right)$$

از مهم ترین گیت های تک کیوبیتی دوران تحت $\theta = \pm\pi$ و $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$ می باشد به شکل زیر است:

$$\mathrm{R_x}(\pi) = -i\sigma_x \text{ ، } \mathrm{R_y}(\pi) = -i\sigma_y \text{ ،} \mathrm{R_z}(\pi) = -i\sigma_z$$

که در آن:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\ \sigma_y = \begin{pmatrix}0 & i\\-i & 0\end{pmatrix}$$

همچنین گیت هادامارد که برای ایجاد برهم نهی استفاده می شود و فرم ماتریسی آن بصورت زیر است.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{pmatrix}$$

گیت های n کیوبیتی روی n کیوبیت اثر می کنند، اگر تعداد کیوبیت ها را دو در نظر بگیریم گیت های دو کیوبیتی بدست می آید. گیت های دو کیوبیتی معیاری برای سنجیدن درهم تنیدگی است که یک مثال مهم از آنها گیت CNOT است .

فرم ریاضی گیت CNOT بصورت زیر است:

$$\mathrm{CNOT} = |0\rangle\langle 0|_{C} \otimes \mathrm{I_T} + |1\rangle\langle 1|_{C} \otimes \mathrm{X_T}$$

---

[1] Dagger
[2] Nielsen
[3] French

که در آن C و T به ترتیب برای نشان دادن کیوبیت کنترل و کیوبیت هدف بکار رفته است.

الگوریتم $QAOA$ یکی از الگوریتم های ترکیبی است که از آن می توان برای بهینه کردن برخی مسائل بهینه سازی ترکیبی استفاده کرد. هدف الگوریتم کوانتومی $QAOA$ این است که مسائل بهینه سازی ترکیبی را به یک هامیلتونی مدل آیزینگ نگاشت دهیم و حالت کوانتومی را بدست آوریم که در آن هامیلتونی مسئله بیشترین ویژه مقدار را داشته باشد. مسئله برش بیشینه نیز از جمله مسائل غیر خطی باینری یا کلاسیکی است و می توان آنرا با الگوریتم کوانتومی $QAOA$ حل نمود. این الگوریتم پاسخ مسئله ی بهینه سازی ترکیبی را به طور تقریبی بدست می دهد، طراحی آن طوری است که به عدد صحیح $P \geq 1$ بستگی داشته و کیفیت و پاسخ تقریبی مسئله بهینه سازی ترکیبی نیز با افزایش گام P بهتر و به پاسخ دقیق نزدیک تر می شود. عدد P در الگوریتم بیانگر تعداد پارامترهای بکار رفته است، بدین صورت که با افزایش عدد P تعداد پارامترهایی که در حالت اولیه بکار گرفته می شود زیاد می شود یا به عبارت دیگر تعداد گیت های کوانتومی در الگوریتم افزایش می یابد. بدین منظور هامیلتونی مسئله مورد نظر به یک هامیلتونی آیزینگ نگاشت داده می شود و یک حالت پارامتری اولیه در نظر گرفته می شود سپس ویژه مقادیر هامیلتونی با استفاده از حالت پارامتری محاسبه می شود. این مقادیر محاسبه شده به یک کامپیوتر کلاسیکی فرستاده می شود تا پارامترهای جدید بدست آید درادامه این پارامترها به کامپیوتر کوانتومی فرستاده می شود تا یک حالت جدید ایجاد شود این مراحل تا یافتن جواب بهینه ادامه می یابد. در الگوریتم QAOA هامیلتونی مسئله (H_P) و هامیلتونی آمیختگی[۱] (H_M) با استفاده از تابع موضوعه[۲] $f(y)$مسئله اصلی فرمول‌بندی می‌شود. در ادامه یک حالت پارامتری $|\gamma, \beta\rangle$ با اثر دادن H_P و H_M روی حالت اولیه

$$f(y) = f(y_1, y_2 \dots y_n), \quad H_p|y\rangle = f(y)|y\rangle, \qquad H_M = \sum_{k=1}^{n} X_k \tag{۱}$$

$$|\gamma, \beta\rangle = e^{-i\beta_p H_M} e^{-i\gamma_p H_P} \dots e^{-i\beta_1 H_M} e^{-i\gamma_1 H_P} |\psi_0\rangle$$

$|\psi_0\rangle$ ایجاد می‌شود. در اینجا H_P و H_M و $f(y)$ و $|\gamma, \beta\rangle$ بصورت زیر تعریف می‌شود

[۱] Mixing Hamiltonian
[۲] Objective function

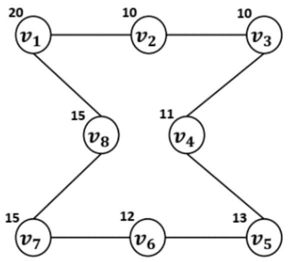
که در این روابط n و p متعلق به اعداد صحیح مثبت هستند و p بیانگر تعداد پارامترهای بکار رفته در الگوریتم است. همچنین X_k عملگر پاولی $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ است که روی کیوبیت kام اثر می‌کند. با اندازه‌گیری مقدار چشم‌داشتی H_P نسبت به حالت $\langle\gamma, \beta|$ و جواب مسئله بدست می‌آید. پارامترهای بهینه β و γ با استفاده از یک پردازنده کلاسیک بدست می‌آید،یعنی داریم

$$\langle f(y)\rangle_{\gamma,\beta} = \langle\gamma, \beta|H_p|\gamma, \beta\rangle \quad (۲)$$

یافته‌ها

حل مسئله MWIS مکان‌یابی رادارها با الگوریتم QAOA

یک مثال از کاربرد MIS در انتخاب مکان نصب رادارهاست در نصب رادارها باید فاصله بین آنها در نظر گرفته شود تا سیگنال آنها دچار اختلال نشود و یک منطقه با کمترین تعداد رادار پوشش داده شود. این مسئله را می‌توان با MWIS روی گراف مدل سازی کرد. اگر هر رادار را یک راس از گراف در نظر بگیریم باید مجموعه رئوسی را انتخاب کنیم که بین آنها هیچ یالی نباشد و تعداد آنها بیشینه باشد. وزن هر راس را نیز می‌توان قدرت رادار در نظر گرفت. فرض کنیم شبکه ۸راداری بصورت زیر باشد. هدف یافتن مجموعه‌ای از رادارهاست که دارای بیشترین قدرت و کمترین تعداد از رادارها باشد. در حالت کلاسیک جواب مسئله مجموعه $S = \{v_1, v_3, v_5, v_7\}$ است.توجه شود در MWIS به هر راسی که در جواب مسئله قرار دارد عدد یک و به سایر راس‌ها عدد صفر داده می‌شود تا شرط $v_k + v_l \leq 1$ برآرده شود.



در الگوریتمQAOA به هر راس یک کیوبیت داده می‌شود. با توجه به اینکه تابع موضوعه و قیود در یک چارچوب بولین قرار دارند از این رو هامیلتونی موضوعه H_Oو هامیلتونی قیدی H_C بصورت بولین نوشته و به فرم کیوبیتی نگاشته می‌شوند. بنابراین

$$H_O = \sum_{k\in V} \frac{1}{2} w_k Z_k \quad , \quad H_C = \sum_{i\in E}\sum_{j\in E} -\frac{1}{4}(w_i + w_j)(Z_i + Z_j - Z_i Z_j) \quad i > j \,, \quad (۳)$$

$$H_p = H_O + H_c$$

در روابط فوق $Z_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ماتریس پاولیz است که روی کیوبیت kام اثر می‌کند. در MWIS راس‌ها با یک رشته بیت نمایش داده می‌شوند و هر راس با حالت $\langle 0|$ و $\langle 1|$ (برای مثال $\langle 0101101|$) از این رو با برگردان[۱] حالت‌ها می‌توان حالت‌های مختلف را ایجاد کرد. برای این کار عملگر پاولی X به عنوان هامیلتونی H_M در نظرگرفته می‌شود

[۱] Flip

$H_M = \sum_{k\in E} X_k$. در نهایت با ایجاد حالت پارامتری $|\gamma,\beta\rangle$ و اندازه گیری مقدار چشم‌داشتی H_pو یافتن پارامترهای بهینه که در آن این مقدار کمینه شود جواب مسئله بدست می‌آید. به عبارت دیگر حالت پایه هامیلتونی H_p جواب مکان‌یابی رادارهاست. حالت پارامتری $|\gamma,\beta\rangle$ با اعمال گیت‌های کوانتومی روی حالت $|++++++++\rangle$ که $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ساخته می‌شود. این گیت‌ها عبارتست از

$$U_O(\vec{\gamma}) = e^{-i\vec{\gamma}H_O},\ \ U_C(\vec{\gamma}) = e^{-i\vec{\gamma}H_C}, U_P(\vec{\gamma}) = e^{-i\vec{\gamma}H_P} = U_O(\vec{\gamma})U_C(\vec{\gamma}) = e^{-i\vec{\gamma}(H_O+H_C)}$$

$$|\gamma,\beta\rangle = e^{-i\vec{\gamma}(H_O+H_C)}e^{-i\vec{\beta}H_M}|++++++++\rangle \qquad (۴)$$

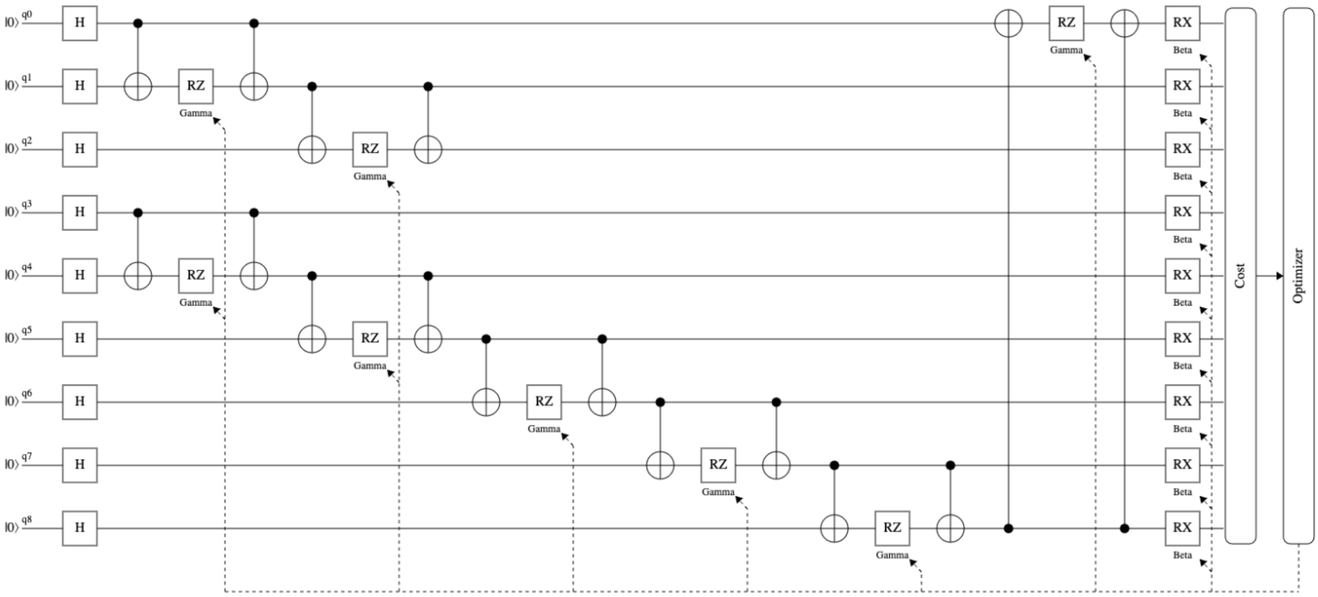
$$U_M(\vec{\beta}) = e^{-i\vec{\beta}H_M}$$

در روابط فوق $\vec{\gamma} = \gamma_1 \dots \gamma_2$و $\vec{\beta} \equiv \beta_1 \dots \beta_p$ است. با استفاده از گیت دورانی حول محور z و گیت $CNOT$ عملگر $U_P(\vec{\gamma})$ پیاده‌سازی می‌شود و با گیت دورانی حول x عملگر $U_M(\vec{\beta})$ پیاده‌سازی می‌شود. نتایج حاصل از الگوریتم QAOA در یا فتن جواب بهینه در جدول زیر با سایر روش‌های کلاسیک مقایسه شده است. توجه به این نکته ضروری است که با افزایش تعداد پارامترها p دقت مسئله افزایش می‌یابد.

جدول۱: مقایسه دقت جواب نهایی الگوریتم QAOA با سایر الگوریتم‌های کلاسیکی

QAOA (p=3)	Greedy	Random
70%	35%	15%

همچنین مدارکوانتومی برای حل مسئله در شکل زیر نمایش داده شده است. در مدار Hگیت هادامارد، RZگیت دوران حول محور z با پارامتر γو گیت $CNOT$و RXگیت دوران حول محور xبا پارامتر βهست. $cost$ تابع هزینه یعنی همان مقدار چشم داشتی هامیلتونی است و optimizer بهینه ساز کلاسیکی است.



اشکل ۱ مدار کوانتومی برای حل مسئله مکان یابی رادار

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

فناوری‌های کوانتومی در بسیاری از زمینه فعالیت انسان قابلیت استفاده را دارند. یکی از بخش‌های مهم در حوزه دفاعی است. فناروی‌های کوانتومی را می‌توان در تمام حوزه‌های جنگ نوین بکار گرفت. انقلاب دوم کوانتوم، حساسیت و بهره‌وری را بهبود می‌بخشد و توانایی‌های جدید را در تکنیک‌های جنگ نوین را تقویت می‌کند و باعث ایجاد سلاح‌های جدید خواهد شد. در سال‌های اخیر بخش عمده سرمایه گذاری‌های انجام شده در فناوری‌های کوانتومی در قالب پروژه های تحقیق محور و از سوی موسسات تحقیقاتی یا دولت ها انجام شده است. اندازه بازار محصولات فناوری‌های کوانتومی تا سال ۲۰۳۰، ۱۸ میلیارد دلار تخمین زده می‌شود. در منطقه خاورمیانه سه کشور ایران، اتحادیه عرب و رژیم اشغالگر قدس از سال ۲۰۰۰ میلادی با مطالعه بر روی علم فیزیک کوانتوم فعالیت خود را آغاز کرده اند. اتحادیه عرب و قرارداد با شرکت‌های داخلی و مایکروسافت برای مشارکت با سرمایه ۱۵۰ میلیون دلاری فعالیت‌های در این زمینه داشتند. از این رو ضروری است در سیاست گذاری‌های دفاعی توجه ویژه‌ای به فناوری‌های کوانتومی شود. یکی از جنبه‌های بسیار کاربردی مکانیک کوانتومی در نظریه محاسبات و اطلاعات کوانتومی بروز کرده است که بیشتر بنام رایانه‌های کوانتومی شناخته می‌شود. رایانه‌های کوانتومی توانایی و دقت بالایی نسبت به مشابه‌های کلاسیکی خود در حل مسائل پیچیده ریاضیاتی و فیزیکی را دارا می‌باشند. در این مقاله، حل مسئله $MWIS$ با الگوریتم $QAOA$ بررسی شد. این الگوریتم جز الگوریتم وردشی کوانتومی است که در حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شود. همچنین مسئله مکان‌یابی رادارهای با $MWIS$ مدل سازی شد و جواب آن با الگوریتم $QAOA$ بدست آمد. نتایج حاصل دقت بالای الگوریتم را در یافتن جواب نسبت به سایر روش‌ها را نشان داد. دقت الگوریتم $QAOA$ ۷۰ درصد می‌باشد که در مقایسه با دو روش دیگر *Greedy* و *Random* بسیار بالاست. با توجه به نتایج پیشنهاد می‌شود استفاده از الگوریتم های کوانتومی در طراحی پهپادها به منظور طراحی بهینه، استفاده از محاسبات کوانتومی در سامانه راداری شناسایی اهداف پرنده و استفاده از الگوریتم های کوانتومی در پردازش تصویر در برنامه‌های تحقیقاتی دفاعی گنجانده شود.

مراجع

Butenko, S. (2003). Maximum independent set and related problems, with applications. University of Florida.

Farhi, E., Goldstone, J., & Gutmann, S. (2014). A Quantum Approximate Optimization Algorithm. arXiv e-prints. arXiv preprint arXiv:1411.4028, 1411.

Nielsen, M. A., Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press. .

French, A. P. (2018). An introduction to quantum physics. Routledge.

Nori, F. &Buluta, I. (2009). Quantum simulators. Science, 326(5949), 108-111.

Bassman, L., Urbanek, M., Metcalf, M., Carter, J., Kemper, A. F., & de Jong, W. A. (2021). Simulating quantum materials with digital quantum computers. *Quantum Science and Technology*, *6*(4), 043002.

Preskill, J. (2018). Quantum computing in the NISQ era and beyond. Quantum, 2, 79.

Cerezo, M., Arrasmith, A., Babbush, R., Benjamin, S. C., Endo, S., Fujii, K., ... & Coles, P. J. (2021). Variational quantum algorithms. *Nature Reviews Physics*, *3*(9), 625-644

Blekos, K., Brand, D., Ceschini, A., Chou, C. H., Li, R. H., Pandya, K., & Summer, A. (2023). A Review on Quantum Approximate Optimization Algorithm and its Variants. *arXiv preprint arXiv:2306.09198*.